

氏名 丸 田 辰 哉

学 位 の 種 類 学 術 博 士

学 位 授 与 番 号 博 甲 第 952 号

学 位 授 与 の 日 付 平 成 3 年 3 月 28 日

学 位 授 与 の 要 件 自然科学研究科システム科学専攻
(学位規則第5条第1項該当)学 位 論 文 題 目 MDS codes and semi-cyclic codes
(MDS符号及び準巡回符号に関する研究)論 文 審 査 委 員 教授 永原 賢 教授 富永 久雄 教授 野田隆三郎
教授 山脊比登志 教授 山口 恒夫

学 位 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は二つの章から成る。

K を q 個の元から成る有限体 $F = GF(q)$ 上の r 次元射影空間 $PG(r, q)$ の k 点集合とする。 K のどの $r+1$ 点も $PG(r, q)$ の超平面に含まれないとき、 K を k -arc という。 $q = 2^h (h > 3)$ に対し $PG(5, q)$ の全ての $(q+1)$ -arc が正規有理曲線であることを証明することが本論文第1章の目的である。このために $PG(3, q)$ の $(q-1)$ -arc の延長可能性を考えるが、これは $(q-1)$ -arc に付随する $PG(3, q)$ の4次曲面の可約性の問題に帰着する。我々は4次曲面が可約であるための十分条件を求めるために、3次曲線の判別式を具体的に求め、それを使って3次曲線の可約性について調べた。我々の結果は $GF(q) (q = 2^h, h > 3)$ 上の $(q+1, 6)$ -MDS符号の一意性を意味している。

準巡回符号は、符号理論の中でも最も重要な巡回符号を一般化したもので、多項式環の剰余類環のイデアルと同一視される。更に、 F 上の (n, k) -準巡回符号の生成行列の n 列は射影一般線形群 $PGL(k, q)$ の巡回部分群の軌道の一つであるような $PG(k-1, q)$ の n 点集合と同一視できる。本論文第2章では、これら二つの視点から主に準巡回MDS符号の存在と一意性について調べた。長さ n が F の標数に一致するか $q \equiv \pm 1 \pmod{n}$ を満たす場合は任意の次数で準巡回MDS符号が存在することが示されるが、これらの場合以外にも準巡回MDS符号が存在し得ることが3次元の準巡回MDS符号の存在性を調べることによって明らかになる。一意性に関しては、 $(q+1, 3)$ -準巡回MDS符号が一意であることを証明した。

論文審査の結果の要旨

本論文は、有限体上で定義された6次元MDS符号の中で最小重さが最大である符号の構造を有限体の位数が2の中である場合に解明し、準巡回符号の幾何学的特徴付けを与えると同時に準巡回MDS符号の存在と一意性に関して興味ある成果を得ている。

有限体、符号の語長と次元を固定したとき最小重さがシングルトン限界に等しい符号がMDS符号で、符号の生成行列を介してMDS符号と射影空間のアーキが対応することはよく知られている。この対応により、有限体と符号の次元を固定した場合に、MDS符号の最小重さの最大値決定とそれをもつMDS符号の分類は、射影空間におけるアーキの最大長の決定及びそれをもつアーキの分類と同等である。最大長のアーキの分類問題は5次元以上の射影空間では未解決であった。本論文は第1章で、

- (1) 位数が2の中である有限体上の5次元射影空間の最も長いアーキは正規有理曲線であることを示し、6次元射影空間のアーキの最大長を決定している。このために、先ず
- (2) 標数2の代数閉体上で定義された平面3次曲線の判別式を求めている。次に、これを用いて3次曲線が可約又は尖点をもつための条件と、3次曲線が3直線に分解するための条件を求め、4次曲面が可約であるための十分条件を述べている。

本論文の最終章の第2章で、先ず準巡回符号の幾何学的特徴付けを与えている。

- (3) 符号が準巡回符号であるための条件は、双対符号の生成行列の列ベクトル達が第1列に正則変換を反復適用して得られることであり、また、正則変換は準巡回符号の生成多項式から標準的に定まる、という興味深い結果である。更に
- (4) 有限体の位数と符号の語長が互いに素でないときは、準巡回MDS符号が存在するための条件を求め、その符号の特徴付けを与えている。次に、有限体の位数が語長を法として ± 1 のとき、準巡回MDS符号が存在することを示し、いくつかの準巡回MDS符号の一意性を証明している。最後に、次元3と4の準巡回MDS符号の存在に関する詳細な結果を述べている。

以上の論文内容等について審査した結果、本研究は学術上寄与するところが少なくない。よって、本論文は学術博士の学位論文に値するものと認める。